

Contribution

市場の実態を反映したクレジット・デフォルト・スワップの価格からデフォルト確率の導出



鎌倉コーポレーション
会長兼最高経営責任者
ドナルド・ヴァン・デヴェンター博士



鎌倉コーポレーション
日本支社 シニアコンサルタント
村手 俊夫



クレジット・デフォルト・スワップ(以下CDS)のスプレッド(価格)とデフォルト確率(以下PD)の関係についての市場通念が大きく変わりつつある。クレジット商品の評価に広く利用されてきたコピュラモデルが2007年以降の信用危機において多大な損失をもたらしたことで、この手法に対して疑問が投げかけられた。このモデルには不動産価格変動のインパクトが組み込まれておらず、不動産価格の下落に対してのリスクを投資家が把握できなかったのである。不動産価格をはじめとしたマクロファクターに対するインパクトはPDを算出及び使用する上で無視することはできない。本稿では弊社の分析により抽出されたCDSの価格に影響を与えてきたファクターを公開し、これらをどのように組み込んでCDSの価格からPDを正確に導きだすかを指南する。

2010年6月16日にある金融ジャーナリストが現在の市場のCDSの価格から推定すると英国のBP社が5年以内にデフォルトする確率は39%になると発表した。同日の鎌倉リスク情報サービス(KRIS)の5年の累積PDはたったの0.32%であった。この違いはどこから来るのであろうか。2003年頃は、PDは $CDS = (1 - \text{回収率}) \times (PD)$ という式で計算できるのでCDSの価格を介さずにPDを直接算出するモデルは必要ないと考えられていた。CDS市場が開設されて間もない頃はCDSのスプレッドはPD(より正確に言えば年率換算された満期日までのPD)の簡単な比率から求められ、その比率は回収率の予測値から決定されるというのが市場通念であった。2005年には世界で最も評判の高い年金基金の債券トレーダーから、「CDSの価格が期待損失に相当する金額であったら、クレジットプロテクションの提供は割に合わない。この2003年の計算式はシンプルすぎる。」という指摘があった。弊社ブログにも掲載しているが、標準の経済学の理論を基にすると、ある企業に対してのクレジットのシェアを増やそうとすると、クレジットの提供者はスプレッドを徐々に下げていくことになり、最終的には限界収入と限界費用が同じになるところで均衡する。このポイントは $(1 - \text{回収率}) \times (PD)$ より高くなるはずである。

2009年にISDAはCDSのスプレッドをアップフロントに変換する標準式を採用した。しかし、これは実際(過去に発生した)のPDについては全く言及していない。市場が未成熟であり、必ずしもPDを反映してCDSの価格が形成されているわけではない。ISDAは、CDSに関してアップフロントの支払いの必要性を強調した。この計算式は、PDとCDSのスプレッドの関係の新しい市場通念となった。これを基にしてBP社の39%というPDが計算されたことに疑いの余地はない。ISDAのアプローチは次のような簡単な前提に基づいている。1) フォワード金利は段階的に一定、2) デフォルト強度は一定、3) 考慮されているファクターはPD、回収率、金利の水準、4) CDSのカウンターパーティはデフォルトしない。このアプローチの限界が分かっていたら問題ないのだが、このアプローチの限界を知らずに使ったとすると大問題である。例えば、債券のYield To Maturityは債券の利回りを表現する一つの指標ではあるが正確な時価評価やリスク管理にはベストプラクティスでないことは良く知られている。同様にISDAの変換式も決済には使用できても、正確な時価評価やリスク管理にはシンプルすぎる。CDSの価格とPDの関係は、金利、回収率、固定のPDという三つのファクターだけでは到底説明できるものではない。

CDSに関しての米コーネル大学教授兼弊社研究開発担当役員のロバート・ジャローは次の様な二つのアプローチがあると考えている。一つはボトムアップアプローチである。これはPDモデルを構築し、それが正しいものとしてリスクニュートラルな個別企業のPDを算出し、それをベースにCDSのプライシングを行うというものである。もう一つはトップダウンアプローチである。これはCDSの需要と供給の交点を導くファクターを求め、計量経済的なアプローチによりPDを導出するという手法である。

弊社は2007年にPD、回収率、金利が本当にCDSの価格形成に強い説明力を持って来たのか、トップダウンアプローチによる調査を実施した。ISDAのセオリーにとらわれず、市場のデータが正しいと仮定して過去のデータから純粋に市場のメカニズムを分析した。クレジット・スプレッドの決定要因に関してロバート・ジャローとドナルド・ヴァン・デヴェンターを中心としたメンバーが

2007年にRISKマガジンに論文を掲載した。この論文では、どのようなファクターがCDSの価格に対して説明力があるかを個別に解説している。CDSの価格は、フィットの良い統計モデルでは調整後Rスクエアが80%を超える説明力を持つ。典型的なPDと回収率だけでは、ここまで高い説明力を持つモデルにはならないという結論に至った。CDS市場の流動性の乏しさも大きく影響し、それを無視してはCDSの価格の説明ができない。

この調査のサンプルデータとしては2004年1月2日～2005年11月3日の合計50万件のCDSのビッド、オファー、約定の日次のデータを使用した。線形モデルでフィッティングを掛けるとモデル価格がマイナスになるケースも生じるので次の様なロジスティック関数を変形した式を採用した。

$$CDS = \frac{1}{1 + e^{-\alpha - \sum_{i=1}^n \beta_i X_i - \beta_{n+1} PD}}$$

ロジスティック関数は、通常はある事象が発生する(値=1)/発生しない(値=0)を推定する為に使用される。結果が0から1の間に入り、マイナスにならないという特徴がある。この式では左辺のCDSの価格の600bpは0.06となる。n個の説明変数と一つ以上のPDを組み込むことができる。説明を簡素化する為に、上記式ではPDは一つ(次の分析結果のように期間構造やいくつかのタイプのPDも組み込み可能。)という前提にした。フィッティングを行った結果、説明力がありモデルの説明変数となったのは、ロジスティック回帰ベースの7つの期間のPD、マートンモデルのPD、格付、日本企業フラグ、財務指標、CDSの期間、劣後かどうかのフラグ、CDSの契約の定義、マクロファクター各種となった。

分析の結果次の2点が大きな特徴として発見された。1)日本の企業に対してのCDSのスプレッドは非常に低く、日本企業のみ特別なファクターを設定しないと説明が付かない。2)企業規模の説明力が非常に高く、その他の条件が同じであっても企業規模によりCDSのスプレッドは大きく異なってくる。弊社では格付会社の格付に対しても同様な分析を行っているが、企業サイズは圧倒的な説明力を持つ。大企業はデフォルトを起こす可能性が低いという考えがCDSの価格形成、格付に浸透しているといえる。但し、倒産する/しないを純粋にロジスティック回帰で分析した場合(弊社KRIS)は、企業サイズは他のファクターと比較してもとりたてて大きな説明力を持つわけではない。

上記のモデルをベースにしたCDSのスプレッドからPDの導出は次の様なステップになる。

(ステップ1) 次の式をベースにしたロジスティック回帰分析により、説明変数とその係数を求める。

$$CDS = \frac{1}{1 + e^{-\alpha - \sum_{i=1}^n \beta_i X_i - \beta_{n+1} PD}}$$

(ステップ2) PDが左辺に来るように前式を変換し、ステップ1で抽出した説明変数の係数に評価時点の値を掛け、さらにCDSのスプレッドを代入しPDを求める。

$$-\ln \left[\frac{1 - CDS}{CDS} \right] = \alpha + \sum_{i=1}^n \beta_i X_i + \beta_{n+1} PD \quad PD = \frac{1}{\beta_{n+1}} \left[-\ln \left[\frac{1 - CDS}{CDS} \right] - \alpha - \sum_{i=1}^n \beta_i X_i \right]$$

この計算式はISDAのCDSのコンバーターよりもシンプルでPDの予測に関してはより実態を反映しているといえる。CDSの市場の価格を活用し且つCDSの価格の過去の決定要因によって調整されてPDが算出される式となる。BP社の39%の累積PDとKRISのバージョン5の0.32%の差は、CDS市場の流動性によるレーダーのリスク回避傾向やその他のファクターを反映した結果となる。CDS価格、デフォルト確率、回収率などの将来の不確定要因が組み込まれた商品の評価は、シンプルな前提、少数の変数によるシンプルな計算式だけでは不十分であり、このようなデータ分析に基づいたバリュエーションやリスク管理を行っていく必要がある。

